Satz: L Sprache

$L = L(M)$ für irgendeine einfache Turingmaschine $M = (\Sigma,\Gamma,\#,Q,s,F,\Delta) \Leftrightarrow L = L(G)$ für irgendeine Grammatik $G = (\Sigma,V,S,P)$

Beweisidee:

Ableitungsfolge entspricht umgekehrter Rechenschrittfolge

$$\cdots\ k_i \vdash_M k_{i+1} \vdash_M k_{i+2} \vdash_M \cdots$$

$$\cdots\ k_i\ {}_G\!\Leftarrow k_{i+1}\ {}_G\!\Leftarrow k_{i+2}\ {}_G\!\Leftarrow \cdots$$

Satz: L Sprache

$L = L(M)$ für irgendeine einfache Turingmaschine $M = (\Sigma,\Gamma,\#,Q,s,F,\Delta) \Leftrightarrow L = L(G)$ für irgendeine Grammatik $G = (\Sigma,V,S,P)$

Beweis: “$\Rightarrow$”

Ableitungsfolge entspricht umgekehrter Rechenschrittfolge

neuer Startzustand

$$s'x \vdash_M sx \vdash_M \cdots \vdash_M k_i \vdash_M \cdots \vdash_M XfY$$

$$x\ {}_G\!\Leftarrow s'x\ {}_G\!\Leftarrow sx\ {}_G\!\Leftarrow \cdots {}_G\!\Leftarrow k_i\ {}_G\!\Leftarrow \cdots {}_G\!\Leftarrow XfY\ {}^*{}_G\!\Leftarrow f\ {}_G\!\Leftarrow S$$

Satz: L Sprache

$L = L(M)$ für irgendeine einfache Turingmaschine $M = (\Sigma,\Gamma,\#,Q,s,F,\Delta) \Leftrightarrow L = L(G)$ für irgendeine Grammatik $G = (\Sigma,V,S,P)$

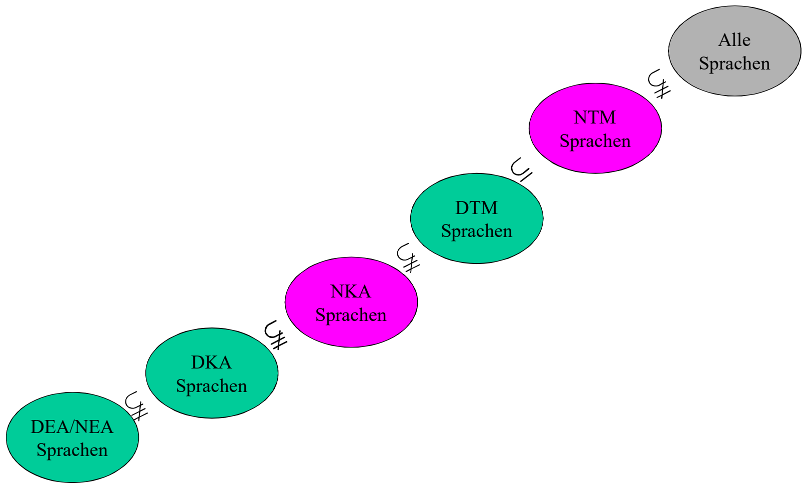
Beweis: “$\Leftarrow$”

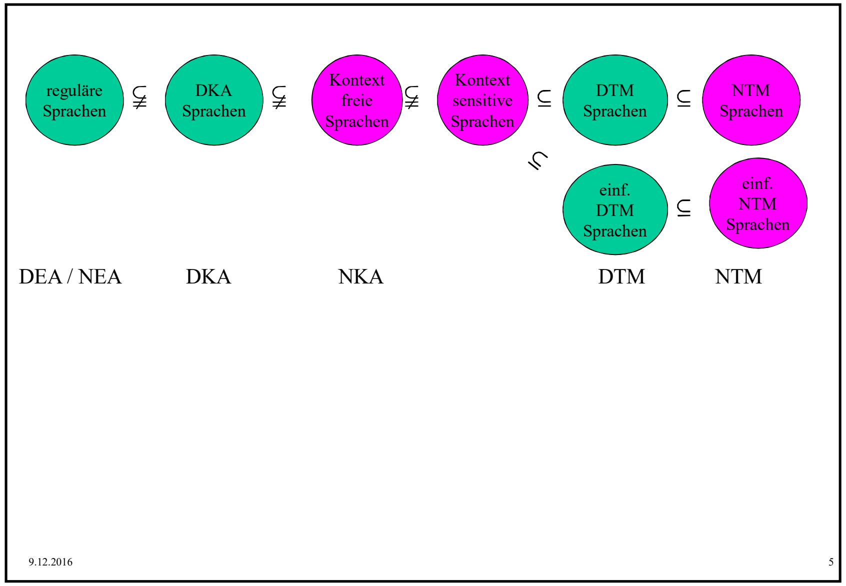
Ableitungsfolge entspricht umgekehrter Rechenschrittfolge

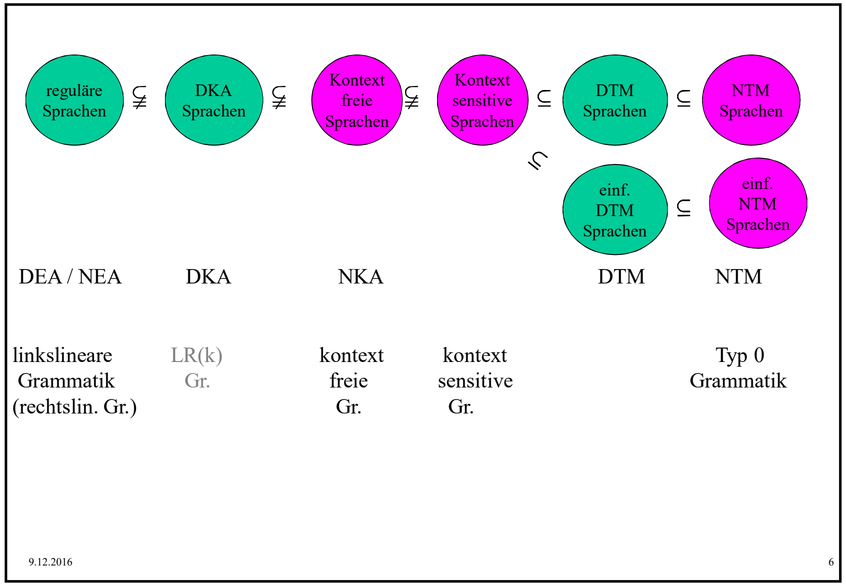
Produktionsanwendungen werden nichtdeterministisch rückgängig gemacht.

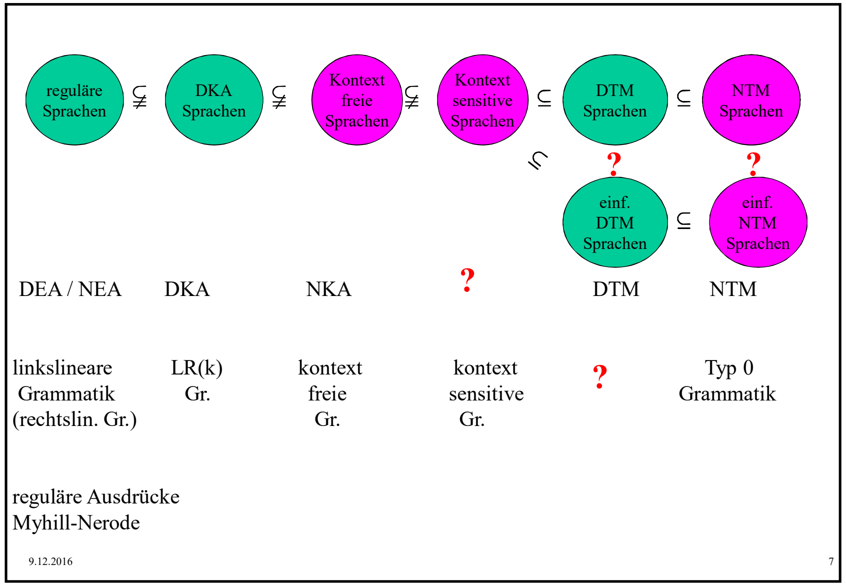
$$x\ {}_G\!\Leftarrow \cdots {}_G\!\Leftarrow U\ {}_G\!\Leftarrow V\ {}_G\!\Leftarrow \cdots {}_G\!\Leftarrow S$$

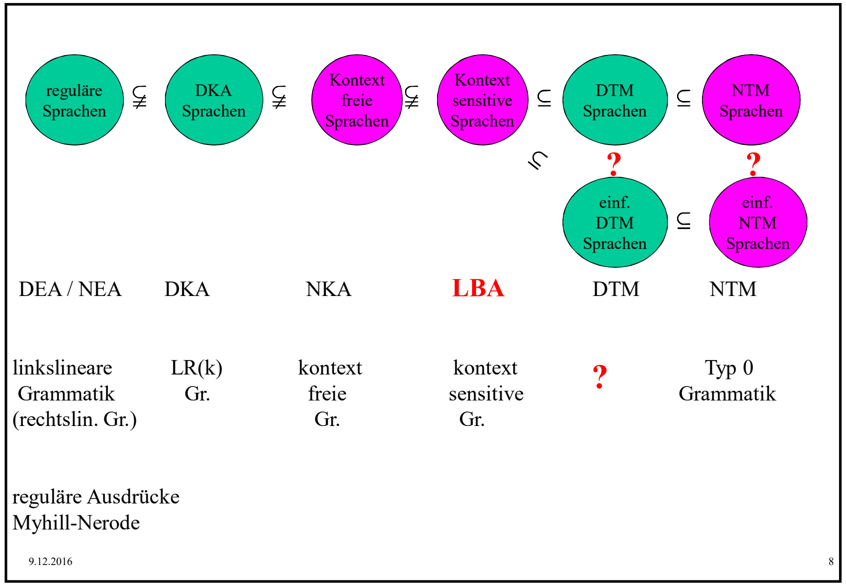
$$sx \vdash_M sx \vdash_M^* \cdots \vdash_M^* sU \vdash_M^* sV \vdash_M^* \cdots \vdash_M^* sS \vdash_M^* f\#$$




reguläre Sprachen ⊊ DKA Sprachen ⊊ Kontext freie Sprachen ⊊ Kontext sensitive Sprachen ⊆ DTM Sprachen ⊆ NTM Sprachen
⊆
einf. DTM Sprachen ⊆ einf. NTM Sprachen
DEA / NEA
DKA
NKA
DTM
NTM
9.12.2016
5


reguläre Sprachen ⊊ DKA Sprachen ⊊ Kontext freie Sprachen ⊊ Kontext sensitive Sprachen ⊆ DTM Sprachen ⊆ NTM Sprachen
⊆
einf. DTM Sprachen ⊆ einf. NTM Sprachen
DEA / NEA
DKA
NKA
DTM
NTM
linkslineare Grammatik (rechtslin. Gr.)
LR(k) Gr.
kontext freie Gr.
kontext sensitive Gr.
Typ 0 Grammatik
9.12.2016
6


reguläre Sprachen ⊊ DKA Sprachen ⊊ Kontext freie Sprachen ⊊ Kontext sensitive Sprachen ⊆ DTM Sprachen ⊆ NTM Sprachen
⊆
?
?
einf. DTM Sprachen ⊆ einf. NTM Sprachen
DEA / NEA
DKA
NKA
?
DTM
NTM
linkslineare Grammatik (rechtslin. Gr.)
LR(k) Gr.
kontext freie Gr.
kontext sensitive Gr.
?
Typ 0 Grammatik
reguläre Ausdrücke
Myhill-Nerode
9.12.2016
7


reguläre Sprachen ⊊ DKA Sprachen ⊊ Kontext freie Sprachen ⊊ Kontext sensitive Sprachen ⊆ DTM Sprachen ⊆ NTM Sprachen
⊆
?
?
einf. DTM Sprachen ⊆ einf. NTM Sprachen
DEA / NEA
DKA
NKA
LBA
DTM
NTM
linkslineare Grammatik (rechtslin. Gr.)
LR(k) Gr.
kontext freie Gr.
kontext sensitive Gr.
?
Typ 0 Grammatik
reguläre Ausdrücke
Myhill-Nerode
9.12.2016
8

LBA linear beschränkter Automat:
nicht deterministische einfache TM, die nur die Bandzellen der Eingabe verwendet

Satz: Die Sprachen, die durch kontextsensitive Grammatiken generiert werden können, sind genau die Sprachen, die durch LBAs akzeptiert werden können.

reguläre Sprachen $\subsetneq$ DKA Sprachen $\subsetneq$ Kontext freie Sprachen $\subsetneq$ Kontext sensitive Sprachen $\subseteq$ DTM Sprachen $\subseteq$ NTM Sprachen

Kontext sensitive Sprachen $\subseteq$ einf. DTM Sprachen

DTM Sprachen = einf. DTM Sprachen

NTM Sprachen = einf. NTM Sprachen

einf. DTM Sprachen $\subseteq$ einf. NTM Sprachen

DEA / NEA	DKA	NKA	**LBA**	DTM	NTM
linkslineare Grammatik (rechtslin. Gr.)	LR(k) Gr.	kontext freie Gr.	kontext sensitive Gr.	**?**	Typ 0 Grammatik

reguläre Ausdrücke
Myhill-Nerode

k-Band Turingmaschine:

Eingabeband mit Lesekopf (kein Schreiben)

k Arbeitsbänder, jedes mit einem unabhängigen Lese-/Schreibkopf

$M = (\Sigma,\Gamma,\#,Q,s,F,\Delta)$

Σ	Eingabealphabet
Γ	Arbeitsbandandalphabet
$\#$	Leerzeichen (Inhalt von nicht initialisierten Zellen)
Q	Zustandsmenge (endlich)
$s\in Q$	Startzustand
$F\subset Q$	Endzustände

$\Delta \subset (Q\times\Sigma\times\Gamma^k) \times (Q\times\{L,B,R\}\times(\Gamma\times\{L,B,R\})^k)$ Rechenschrittregeln

Zustand E-Band A-Bänder (d e r z e i t i g) Zustand neu, E-Kopf bewegung, zu schreibendes Symbol, A-Kopf-bewegung

Satz:
L von einf. DTM akzeptiert
$\Leftrightarrow$ L von DTM akzeptiert
$\Leftrightarrow$ L von k-Band DTM akzeptiert

Beh 1: L von einf. DTM akzeptiert $\Rightarrow$ L von DTM akzeptiert

Beh 2: L von DTM akzeptiert $\Rightarrow$ L von k-Band DTM akzeptiert

Beh 3:
L von k-Band DTM akzeptiert $\Rightarrow$ L von einf. DTM akzeptiert

Beh 3: L von k-Band DTM akzeptiert $\Rightarrow$ L von einf. DTM akzeptiert

Beweisidee: Sei M die k-Band DTM, die L akzeptert.

Baue einfache DTM M', die M schrittweise simuliert.

das Eingabeband und die k Arbeitsbänder von M werden als k+1 „Spuren" auf Band von M' realisiert (plus Markierungen für simulierte Kopfpositionen)

$\Gamma' = \Sigma \cup (\Gamma \times \{0,1\})^{k+1}$

M' geht in 2 Phasen vor:

Phase 0: Wandle Eingabe um und "Formatiere" Band in k+1 Spuren

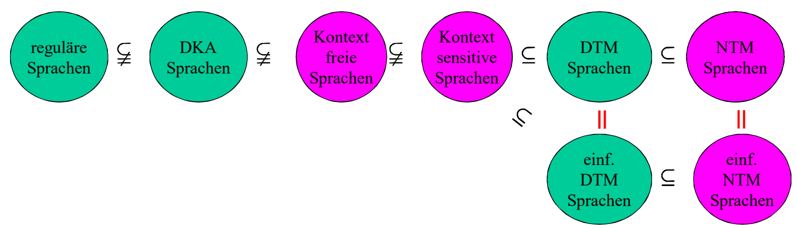
Phase 1: Simuliere jeden Schritt von M mit Hilfe von je (2k+2)-maligen Überstreichen des gesamten Bandinhalts

Satz:

L von einf. NTM akzeptiert

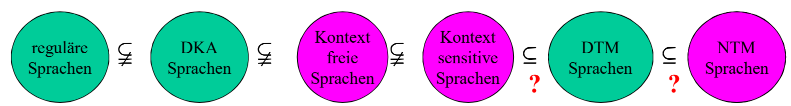
$\Leftrightarrow$ L von NTM akzeptiert

$\Leftrightarrow$ L von k-Band NTM akzeptiert



DEA / NEA	DKA	NKA	**LBA**	DTM	NTM
linkslineare Grammatik (rechtslin. Gr.)	LR(k) Gr.	kontext freie Gr.	kontext sensitive Gr.	**?**	Typ 0 Grammatik

reguläre Ausdrücke
Myhill-Nerode



DEA / NEA	DKA	NKA	**LBA**	DTM	NTM
linkslineare Grammatik (rechtslin. Gr.)	LR(k) Gr.	kontext freie Gr.	kontext sensitive Gr.	**?**	Typ 0 Grammatik

reguläre Ausdrücke
Myhill-Nerode

Satz:
Die DTM-Sprachen sind genau das Gleiche wie die NTM-Sprachen.

Beweis: Es reicht zu zeigen:

Für jede einfache NTM $M=(\Sigma,\Gamma,\#,Q,S,F,\Delta)$ existiert eine 2-Band DTM M', sodass $x \in L(M)$ genau dann wenn $x \in L(M')$

Idee: M' simuliert hintereinander "alle" möglichen Abläufe von M bei Eingabe x, bis ein akzeptierender Ablauf gefunden wird. (Wird keiner gefunden, wird x auch nie akzeptiert.)

Verwende einen "Leitstring", der bei jedem Ablauf ermöglicht, die nicht-deterministischen Wahlmöglichkeiten deterministisch zu treffen.

Für "Situation" $S=(q,A) \in Q\times\Gamma$
sei W_S die Anzahl der in S anwendbaren Regeln in Δ.

$W = \max\{ W_S \mid S \in Q\times\Gamma \}$

Für jede Situation S, gib den in S anwendbaren Regeln eine feste Ordnung.

Sei $LS = \{ 1,\cdots,W \}^*$ die Menge der "Leitstrings".

Verwendung von Leitstring $I = (i_1,i_2,\cdots,i_k) \in LS$ bedeutet:

Simuliere M mit Eingabe x für k Schritte.
Verwende im j-ten Schritt die i_j-te anwendbare Regel
(falls so eine Regel nicht existiere, stoppe diese Simulation)

Die deterministische TM M' verwendet
Arbeitsband 1 für die Simulation des Bandes des Maschine M
Arbeitsband 2 für den aktuellen Leitstring

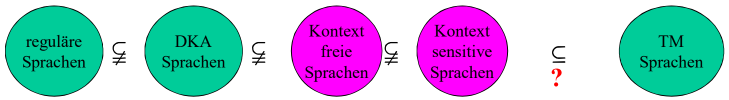
M' generiert einen Leitstring nach dem anderen auf Arbeitsband 2.

Für jeden Leitstring I:
Kopiere Inhalt des Eingabebandes auf Arbeitsband 1.
Verwende Leitstring I für Simulation von M auf Arbeitsband 1.
Wenn dabei M Eingabe x akzeptiert,
dann soll M' ebenfalls x akzeptieren.
Sonst löscht M' den Inhalt von Arbeitsband 1.

reguläre Sprachen $\subsetneq$ DKA Sprachen $\subsetneq$ Kontext freie Sprachen $\subsetneq$ Kontext sensitive Sprachen $\subseteq$? DTM Sprachen = NTM Sprachen

DEA / NEA	DKA	NKA	**LBA**	DTM	NTM
linkslineare Grammatik (rechtslin. Gr.)	LR(k) Gr.	kontext freie Gr.	kontext sensitive Gr.	?	Typ 0 Grammatik

reguläre Ausdrücke
Myhill-Nerode



DEA / NEA	DKA	NKA	**LBA**	TM
linkslineare Grammatik (rechtslin. Gr.)	LR(k) Gr.	kontext freie Gr.	kontext sensitive Gr.	Typ 0 Grammatik

reguläre Ausdrücke
Myhill-Nerode

9.12.2016 21