

1. (20 Punkte) Klassifizieren Sie die folgenden Sprachen nach den Kategorien regulär, NKA-Sprache, nicht-NKA-Sprache. Begründen Sie Ihre Antworten entsprechend:

- (a)  $L_1 = \{ a^n b^m c^p \mid n + 2m > 3p \}$
- (b)  $L_2 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)/2 \}$
- (c)  $L_3 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 5 \geq \#_b(w) \bmod 3 \}$
- (d)  $L_4 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod \#_b(w) = 0 \}$

2. (10 Punkte) Entwerfen Sie einen NKA der die Sprache  $L_{ab} = \{ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \}$  akzeptiert und nur einen Zustand besitzt. Erklären Sie, wie Sie zu diesem NKA gekommen sind, und warum er funktioniert.

Geben Sie ein Beispiel für eine akzeptierende Berechnung für das Wort  $aaabbb \in L_{ab}$  und erklären Sie warum es keine akzeptierende Berechnung für das Wort  $aab \notin L_{ab}$  geben kann.

3. (20 Punkte) Für zwei Strings  $x = x_1 \cdots x_n$  und  $y = y_1 \cdots y_m$  definieren wir die Sprache  $merge(x, y)$  wie folgt:

$$\begin{aligned} merge(x, \varepsilon) &= \{x\} \\ merge(\varepsilon, y) &= \{y\} \\ merge(x, y) &= \{x_1\} \cdot merge(x_2 \cdots x_n, y) \cup \{y_1\} \cdot merge(x, y_2 \cdots y_m) \end{aligned}$$

Diese Sprache enthält also alle möglichen Worte, die  $x$  und  $y$  als einander ergänzende, nicht notwendigerweise zusammenhängende Teilstrings enthält.

Für zwei Sprachen  $L$  und  $L'$  definieren wir

$$merge(L, L') = \bigcup \{ merge(x, x') \mid x \in L, x' \in L', \}$$

- (a) Geben Sie  $merge(abc, bd)$  an.
- (b) Sind die regulären Sprachen abgeschlossen unter  $merge()$ ?
- (c) Sind die NKA-Sprachen abgeschlossen unter  $merge()$ ?
- (d) Wenn  $L$  eine NKA-Sprache ist und  $R$  eine reguläre Sprache, was kann man dann über die Sprache  $merge(L, R)$  sagen?

Begründen Sie Ihre Antworten.