1. (15 Punkte)
   Es sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender ungerichteter Graph. Die *Distanz* $d_G(u, v)$ zwischen zwei Knoten $u, v \in V$ ist die Anzahl der Kanten auf einem kürzestem Pfad zwischen u und v. Mit BFS kann man $d_G(u, v)$ in $O(n + m)$ Zeit berechnen.

   Ein *diametrales Paar* in G ist ein Paar von Knoten $u, v \in V$, zwischen denen die Distanz $d_G(u, v)$ so groß wie möglich ist.

   (a) Zeigen Sie, dass man ein diametrales Paar in Zeit $O(n^2 + nm)$ berechnen kann.

   (b) Herr Schlau hat einen alternativen Algorithmus vorgeschlagen: Man beginne mit einem beliebigen Knoten $v_0$und setze $i = 0$. Wiederhole Folgendes:

   Starte einen BFS bei v_i und identifiziert dadurch irgendeinen Knoten v_{i+1}, der maximale Distanz zu v_i hat. Erhöhe i um 1.

   Beende diese Schleife, wenn $i > 0$ und wenn v_{i-1} eine mögliche Wahl für v_{i+1} wäre. Die Knoten v_i und v_{i+1} bilden dann ein diametrales Paar.

   Ist dieser Algorithmus wirklich korrekt? Wenn nein, warum, wenn ja, bei welchem i wird der Algorithmus spätestens terminieren?

2. (20 Punkte)
   Für einen großen Familienurlaub möchte ich 18 000 kanadische Dollar kaufen. Sagen wir der Umrechnungskurs beträgt 1,78 kanadische Dollar pro Euro. Dies bedeutet, dass bei einem direkten Wechsel etwas mehr als 10 000 Euro ausgeben muss. (Wir vernachlässigen in diesem Beispiel etwaige Gebühren.)

   Nun stellt sich heraus, dass zur gleichen Zeit der Wechselkurse so sind, dass man für einen Euro 1,5 US-Dollar bekommt und man für einen US-Dollar 1,2 kanadische Dollar erhält. Das bedeutet, wenn ich zuerst mit Euros US-Dollar kaufe und dann mit US-Dollar kanadische Dollar kaufe, ein Euro sogar 1,8 kanadische Dollar wert ist, also 10 000 Euros ausreichen, um die gewünschten 18 000 kanadischen Dollar zu kaufen.

   Es ist jetzt aber auch vorstellbar, dass es noch günstiger ist, zuerst mit Euros britische Pfund zu kaufen, mit den Pfunds japanische Yen, und mit den Yens dann kanadische Dollar, wenn nur die Wechselkurse sich zueinander günstig verhalten.

   Dies ergibt folgendes Problem: Gegeben seien n Währungen, und für manche (geordnete) Währungspaare (A, B) einen Wechselkurs $w(A, B)$, was bedeuten soll, eine Einheit von Währung B ist für $w(A, B)$ Einheiten von Währung A erhältlich. Weiters sind zwei Währungen X und Y vorgegeben und die Aufgabe ist, die günstigste Art und Weise zu finden, mit Startwährung X Zielwährung Y zu kaufen.

   Modellieren Sie dieses Problem als ein **standard** kürzestes-Wege Problem in Graphen. Welche Bedeutung können negative Zyklen in dieser Modellierung haben?