1. (20 Punkte)
Bestimmen Sie für den auf der zweiten Seite aufgezeichneten Graphen die starken Zusammenhangskomponenten. Verwenden Sie dafür den in der Vorlesung besprochenen Algorithmus. Gehen Sie davon aus, dass die Knoten in aufsteigender Reihenfolge behandelt werden, und dass jede Adjazenzliste dem Knotennamen nach aufsteigend geordnet ist.

   Zeichnen Sie für jeden Knoten u das Ergebnis von die jeweiligen "discovery"- und "finish"-Zeiten in den beiden Graphzeichnungen ein sowie die jeweiligen DFS-Bäume.

   Geben Sie am Schluss die berechneten starken Zusammenhangskomponenten als Partition der Knotenmenge an.

2. (15 Punkte)
Es seien a und b zwei Knoten in einem gerichteten azyklischen Graphen $G = (V, E)$, und es sei $P(a, b)$ die Anzahl der Pfade von a nach b in G.

   (a) Geben Sie einen Algorithmus an, der $P(a, b)$ bestimmt.

   (b) Zeigen Sie, dass $P(a, b) \leq 2^{|V|-2}$, geben Sie ein Beispiel dafür an, dass diese obere Schranke tatsächlich erreicht werden kann.

   (c) Unter welchen Rechenmodellannahmen hat Ihr Algorithmus zum bestimmen von $P(a, b)$ lineare Laufzeit?

3. (15 Punkte)
Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt k-färbbar, wenn es eine Funktion $\chi : V \to \{1, \ldots, k\}$ gibt, sodass für jede Kante $u, v \in E$ gilt $\chi(u) \neq \chi(v)$.

   Geben Sie einen Algorithmus an, der in linearer Zeit feststellt ob ein gegebener ungerichteter Graph $G = (U, V)$ 2-färbbar ist und auch eine entsprechende Färbung berechnet.

Die Graphen für Aufgabe 1.